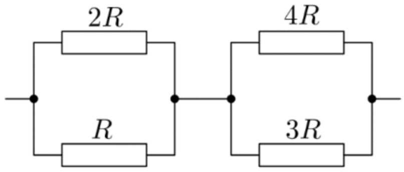
Заключительный этап Всесибирской Открытой Олимпиады Школьников по физике
9 марта 2025 г.
9 класс

1.Электрическая печь состоит из 4 конфорок, соединенных как показано на рисунке. Если литровую кастрюлю с водой поставить на конфорку с сопротивлением $2R$, то вода закипит за время $\tau_1 = 5$ минут. Куда нужно поставить двухлитровую кастрюлю воды, чтобы вода в ней закипела как можно быстрее? Найдите это время. Теплоемкостью металла кастрюли пренебречь.



Возможное решение:

Номер резистора = коэффициент перед R.

Сопротивление 1+2: (+1 балл)

$$R_{12} = \frac{2R \cdot R}{2R + R} = \frac{2}{3}R$$

Сопротивление 3+4: (+1 балл)

$$R_{34} = \frac{3R \cdot 4R}{3R + 4R} = \frac{12}{7}R$$

Тепловой баланс для конфорки $2R$: (+1 балл)

$$C \cdot m \cdot \Delta t = P_2\tau_1 = \frac{U_{12}^2}{2R}\tau_1$$

Наименьшее время нагрева будет на конфорке с наибольшей мощностью. Поскольку сопротивление 3+4 больше, чем 1+2, а ток через эти два блока идет одинаковый, то на блоке 3+4 выделяемая мощность будет выше, чем на блоке 1+2. На блоке 3+4 напряжение одинаковое, следовательно, мощность будет тем больше, чем меньше сопротивление. Значит на третьей конфорке ($3R$) вода закипит быстрее всего.

Тепловой баланс для конфорки $3R$: (+1 балл)

$$C \cdot 2m \cdot \Delta t = P_3\tau_2 = \frac{U_{34}^2}{3R}\tau_2$$

Разделим уравнения теплового баланса на 2 и 3 конфорках друг на друга:

$$2 = \frac{2}{3}\frac{U_{34}^2}{U_{12}^2}\frac{\tau_2}{\tau_1}$$

Закон Ома для блоков 1+2 и 3+4 (ток через них идет одинаковый): (+1 балл за каждое)

$$U_{12} = IR_{12} = \frac{2}{3}IR$$

$$U_{34} = IR_{34} = \frac{12}{7}IR$$

Откуда (+2 балла)

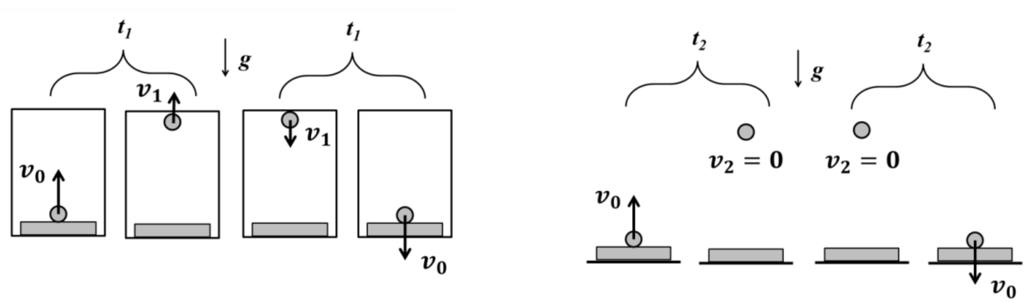
$$\frac{U_{12}}{U_{34}} = \frac{7}{18}$$

Следовательно(+2 балла) $\qquad \tau_2 = 3\frac{U_{12}^2}{U_{34}^2}\tau_1 \approx 2{,}3$ минуты

2. Небольшое пружинное устройство закреплено на полу в комнате. Данное устройство по сигналу подбрасывает теннисный мячик вертикально вверх, а затем ловит его, при этом скорость мячика перед абсолютно упругим ударом о потолок равна v_1. Однажды устройство вынесли на улицу, закрепили на горизонтальной поверхности и произвели вертикальный запуск мячика. Начальная скорость мячика была такой же, как и в комнате, однако устройство поймало мячик на некое неизвестно время Δt позже по сравнению с комнатным запуском. Найдите это время Δt. При уличном запуске мячика никаких твёрдых преград над мячиком нет. Сопротивлением воздух пренебречь. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение:

Изобразим схему полёта мячика при запуске в комнате и при запуске на улице:



Начальную скорость мячика обозначим буквой v_0.

Скорость мячика перед ударом о потолок v_1 связана с его начальной скоростью v_0 следующим выражением (+2 балла):

$$v_1 = v_0 - gt_1$$

Тогда время полёта мячика вверх равно (+1 балл):

$$t_1 = \frac{v_0 - v_1}{g}$$

Удар мячика о потолок является абсолютно упругим, поэтому скорости мячика до и после удара по величине одинаковы и составляют v_1. (+1 балл). Время полёта мячика t_1 от старта до удара о потолок равно времени полёта мячика от удара до приземления, так как мячик двигался с одинаковым ускорением и удар о потолок был абсолютно упругим. (+1 балл)

Полное время полёта мячика вверх и вниз при комнатном запуске равно (+1 балл):

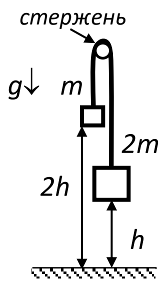
$$T_1 = 2t_1 = 2\frac{v_0 - v_1}{g}$$

Уличный запуск мячика отличается от комнатного запуска тем, что скорость мячика в верхней точке траектории равна нулю. (+1 балл). Полное время полёта мячика вверх и вниз при уличном запуске равно (+1 балл):

$$T_2 = 2t_2 = 2\frac{v_0}{g}$$

Искомое время (+2 балла) $\Delta t = T_2 - T_1 = \frac{2v_1}{g}$

3. Легкий резиновый шнур длиной $2L$ серединой набросили на шероховатый стержень и прикрепили к концам шнура грузы с массами m и $2m$. Вначале из-за трения о стержень шнур не скользил, и грузы остановились на высотах h и $2h$ над полом, как показано на рисунке. Через некоторое время трение уменьшилось так, что разность натяжений шнура справа и слева от стержня не могла превышать значение $\Delta T = mg/2$. Насколько еще в конечном итоге поднимется груз массой m?

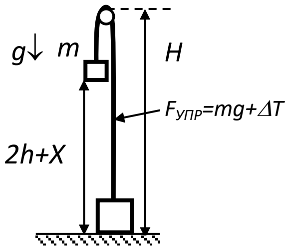


Возможное решение: Обозначения: k – жесткость части шнура длиной L, H – высота стержня над полом, X – искомое дополнительное смещение груза с массой m из-за проскальзывания шнура, L_1 и L_2 - длины недеформированных частей шнура, находящихся слева и справа от стержня в конечной ситуации ($L_1 + L_2 = 2L$).

В начальной ситуации условия равновесия грузов имеют вид:

$mg=k(H-2h-L)$ (+1 балл)

$2mg=k(H-h-L)$ (+1 балл)



Из этих уравнений получаем выражения для вспомогательных параметров: $k = \frac{mg}{h}$ и $H = L + 3h$.

Подъем меньшего груза и проскальзывание шнура прекратятся, когда тяжелый груз опустится на пол, а сила натяжения шнура с правой по рисунку стороны уменьшится до $F_{УПР}=mg+\Delta T=3mg/2$ (+2 балла за определения условия максимального подъема меньшего груза)

Жесткость части шнура растет обратно пропорционально его длине (+1 балл). Поэтому в конечном положении длины частей шнура определяются уравнениями

$L_2 + \frac{(mg + \Delta T)L_2}{kL} = H$ (+1 балл за какую-либо конструктивную связь между параметрами задачи для конечной ситуации)

$L_1 + \frac{mgL_1}{kL} + 2h + X = H$ (+1 балл)

Результаты промежуточных преобразований (для справки):

$$L_2 = L\frac{2L + 6h}{2L + 3h} > L \text{ и } L_1 = 2L - L_2 = L\frac{2L}{2L + 3h} > 0.$$

Таким образом $X = L + h - L_1(1 + \frac{h}{L}) = \frac{3h(L + h)}{2L + 3h} < L + h$

(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

4. В плавильному цеху охлаждают заготовки в емкостях с водой. В емкости находится 5 литров воды, при температуре 25°С, крышки емкость не имеет. В первый раз заготовку массой 1кг разогретую до температуры 50°С полностью погрузили в воду и замерили конечную температуру - 28°С. Во второй раз такую же заготовку, но разогретую до 60°С полностью поместили в другую емкость с водой, имеющую те же параметры. В этот раз конечная температура оказалась 30°С. Оцените теплоемкость заготовки при стандартных условиях. Теплоемкость воды – 4200 Дж/(кг*°С). Изменениями атмосферного давления, теплоемкостью емкости пренебречь.
Примечание 1: Под нормальными условиями понимаются: давление равное стандартному атмосферному, а температура 20°С.
Примечание 2: При расчетах тепловых процессов бывает удобно пользоваться температурной шкалой Кельвина: где 0 градусов Кельвина это -273.15°С, а 1К = 1°С, соответственно температура 20°С = 273.15К+20К=293.15К (К – градус Кельвина).

Возможное решение:
Посчитаем теплоемкости заготовок в первом и втором эксперименте, так как заготовка имела ту же массу, а емкости с водой имели одинаковые параметры то:

$$C_1 = \frac{m_в C_В (T_{к1} - T_{нач.воды})}{m_з (T_1 - T_{к1})} = \frac{5 * 4200 * (28 - 25)}{1 * (50 - 28)} \approx 2864 \frac{Дж}{кг * °C}$$

$$C_2 = \frac{m_в C_В (T_{к2} - T_{нач.воды})}{m_з (T_2 - T_{к2})} = \frac{5 * 4200 * (30 - 25)}{1 * (60 - 30)} = 3500 \frac{Дж}{кг * °C}$$

Получаем что теплоемкости различаются, но заготовки сделаны из одного и того же материала и имели одну и ту же массу – противоречие. Единственный отличающийся параметр – температура. Значит теплоемкость зависит от нее. Предположим такую зависимость теплоемкости от температуры.

$$C = C_0 + a * T$$

Или

$$C = C_0' + a' * (T - T_0)$$

Разница между формулами в том, что в первой температура в абсолютной шкале температур (шкала Кельвина), во второй в шкале Цельсия (т.к. при расчете разности температур дополнительное слагаемое в 273.15 уйдет).

Далее есть два метода решения: графический и алгебраический.

Рассмотрим алгебраическое решение. Так как теплоемкость от температуры растет линейно, то возьмем для каждого из экспериментов среднюю арифметическую температуру и подставим ее в уравнение для теплоемкости:

$T_{ср1}$=39°С, $T_{ср2}$=45°С.

$$\begin{cases} \boldsymbol{C_1 = C_0 + aT_{ср1} => 2864 = C_0 + a(39 + 273.15)} \\ \boldsymbol{C_2 = C_0 + aT_{ср2} => 3500 = C_0 + a(45 + 273.15)} \end{cases}$$

Решив систему уравнений получим: C_0=-30223.9 Дж/(кг*К), a=106 Дж/(кг*$К^2$)
Если использовать шкалу Цельсия получим: C_0’= 850 Дж/(кг*К), a’=106 Дж/(кг*$К^2$)

Соответственно теплоемкость при 20°С это 850 Дж/(кг*К) = 850 Дж/(кг*°С)

Для графического решения нарисуем график зависимости теплоемкости от температуры. График выглядит как прямая линия не выходящая из начала координат (в общем случае C_0 не равна 0, или потому что еще и выбрана шкала Цельсия). Площадь под графиком между двумя выбранными температурами по размерности равна Дж/кг, так как масса заготовки 1кг, то численно это будет ровно тепло отданное или принятое телом в нашем эксперименте. Рассчитаем площадь полученной трапеции.

$$Q = (T_2 - T_1)\frac{C_0 + aT_2 + C_0 + aT_1}{2} = C_0(T_2 - T_1) + a\frac{T_2^2 - T_1^2}{2}$$

Q мы знаем из изменения температуры воды, тогда получим систему уравнений из уравнений теплового баланса для двух экспериментов

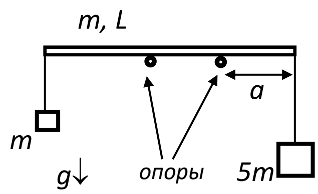
$$\begin{cases} 63000 = C_0 * (50 - 28) + a\dfrac{50^2 - 28^2}{2} \\ 105000 = C_0 * (60 - 30) + a\dfrac{60^2 - 30^2}{2} \end{cases}$$

Решив ее получим: $C_0 \approx -1273$ Дж/(кг*°С), $a \approx 106$ Дж/(кг*(°С)^2)

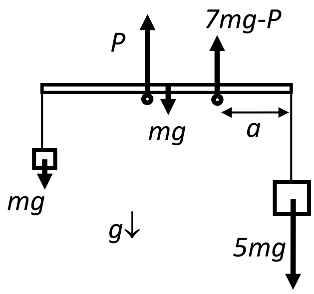
Тогда теплоемкость при 20*°С будет 847 Дж/(кг*°С).
Различие между ответами пренебрежимо малое так что любой из них можно считать верным.

Критерий	Баллы
Записана функциональная зависимость теплоемкости от температуры	1
Метод 1. Рассчитана кажущаяся теплоемкость	1 за каждую теплоемкость (всего 2)
Метод 1. Указано что кажущаяся теплоемкость соответствует средней арифметической температуре между начальной и конечной температурой заготовки	2
Метод 1. Составлена система уравнений	1 за каждое уравнение (всего 2) (Если в системе уравнений явно и правильно указаны кажущиеся теплоемкости и расчет температур за предыдущие два пункта ставить полный балл)
Метод 1. Получены правильные ответы для коэффициентов функциональной зависимости из системы уравнений	1 за каждый
Метод 2. Указано как выглядит график зависимости теплоемкости от температуры	1
Метод 2. Составлена формула для площади под графиком	2
Метод 2. Рассчитано тепло отданное заготовкой в двух экспериментах	1 за каждую энергию
Метод 2. Составлена система уравнений	1
Метод 2. Получены правильные ответы для коэффициентов функциональной зависимости из системы уравнений	1 за каждый
Получен верный ответ	1
ИТОГО	10

5. К концам однородного стержня длиной L и массой m подвесили грузы с массами m и $5m$. Стержень положили на две одинаковых торчащих из стены опоры, каждая из которых выдерживает нагрузку, не превышающую по величине $P=4mg$ (см. рисунок). Сдвигая стержень в горизонтальном направлении, школьник установил, что *минимальное* расстояние между *правым* концом стержня и ближайшей опорой, при котором опоры остаются целыми, равно a. До какой величины можно увеличить это расстояние, сдвигая стержень с грузами *вправо* так, чтобы опоры по-прежнему оставались целыми?



Возможное решение: Обозначения: b – искомое максимальное расстояние между правым концом стержня и ближайшей опорой, H – расстояние между точками касания стержня с опорами.



Сумма сил, приложенных к опорам со стороны стержня, в равновесии равна сумме весов грузов и стержня, $7mg$ (+1 балл). При минимальном расстоянии между *правым* концом стержня и ближайшей опорой, равным a, максимальная нагрузка P достигается для *левой* опоры (+1 балл). Условие равновесия для моментов сил, записанное относительно правого конца, в этом случае имеет вид:

$P(a+H)+(7mg-P)a=mgL+mgL/2$ (+2 балла)

Отсюда находим расстояние между точками касания опор, для которого реализуется описанная в условии ситуация: $H=(3L-14a)/8$ (+1 балл)

При крайнем правом положении стержня предельная нагрузка будет достигаться для правой опоры, и условие для моментов сил будет иметь вид:

$(7mg-P)(b+H)+Pb=mgL+mgL/2$ (+2 балла)

Отсюда получаем, что искомое максимальное расстояние равно $b=\dfrac{3L+42a}{56}$

(+3 балла за явно сформулированный и корректно полученный ответ).

Аналогичное, но более громоздкое решение может быть получено, если анализировать положение центра масс стержня с грузами, который находится на расстоянии $2L/7$ по горизонтали от центра стержня.